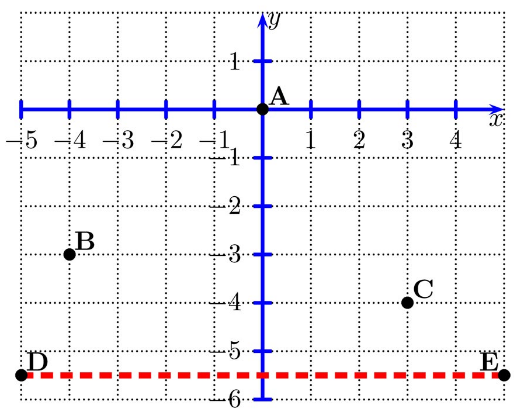
Prova Resolvida – IBMEC – 04/ Novembro/2007 – (Manhã)

ANÁLISE QUANTITATIVA E LÓGICA OBJETIVA

41. Um agente secreto precisa escapar de uma de suas investidas no trigésimo andar de um prédio. Ele pretende fazer isso por meio de uma corda pendurada num helicóptero que sobrevoa o prédio a alguns metros de onde ele está. O objetivo do agente é pendurar-se na extremidade inferior da corda, balançar-se como um pêndulo até o topo do prédio vizinho, por onde ele poderá escapar.

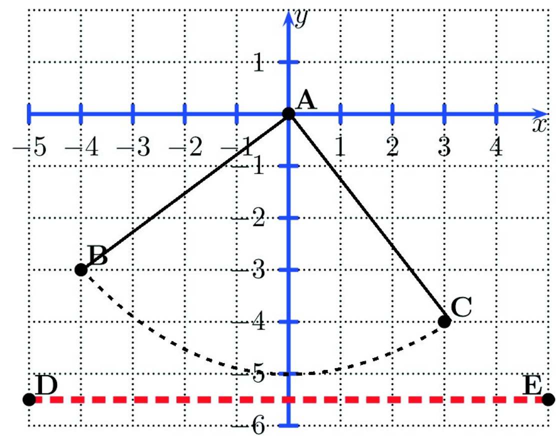
A figura abaixo ilustra as posições dos elementos envolvidos nessa missão. O ponto **A** representa a posição do helicóptero; o ponto **B**, a posição inicial do agente; o ponto **C**, o topo do prédio vizinho (por onde ele pretende escapar) e a linha tracejada $\overline{\mathbf{DE}}$ representa o nível do chão.



Considerando que o helicóptero não irá se mover e que a corda é inextensível, ao saltar de **B**, agarrado à extremidade inferior da corda, o agente

a) irá bater no chão num ponto de abcissa negativa, o que irá interromper seu movimento e impedí-lo de chegar em **C**.
b) irá apenas encostar no chão num ponto de abcissa zero e, mesmo que isso não interrompa seu movimento, ele atingirá uma altura menor do que a de **C** quando a abcissa de sua posição for 3.
c) irá apenas encostar no chão num ponto de abcissa zero e, se isso não interromper seu movimento, ele atingirá precisamente o ponto **C** quando a abcissa de sua posição for 3.
d) ficará acima do nível do chão em toda sua trajetória, mas quando a abcissa de sua posição for 3, ele atingirá um ponto mais alto do que **C**.
e) ficará acima do nível do chão em toda sua trajetória e atingirá precisamente o ponto **C** quando a abcissa de sua posição for 3.

Resolução:



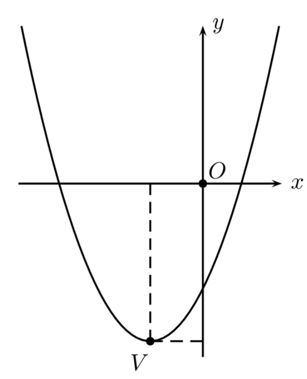
Aplicando o teorema de Pitágoras: $AB^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow AB = 5$

Observamos, no gráfico, que na ordenada $y = -5$ o agente secreto não chega ao chão e, para $x = 3$, ele alcança **C**, o topo do prédio.

Alternativa E

42. O gráfico da função dada pela lei $y = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, é a parábola esboçada abaixo, que tem vértice no ponto **V**. A partir do esboço, pode-se concluir que:

a) $a > 0$, $b > 0$ e $c > 0$.
b) $a > 0$, $b > 0$ e $c < 0$.
c) $a > 0$, $b < 0$ e $c > 0$.
d) $a > 0$, $b < 0$ e $c < 0$.
e) $a < 0$, $b < 0$ e $c < 0$.



Resolução:
A parábola possui concavidade voltada para cima ($a > 0$) e intercepta o eixo das ordenas em $y < 0$ ($c < 0$).

No vértice da parábola, $x_V = -\dfrac{b}{2a}$.

Como $x_V < 0$ e $a > 0$, temos que $b > 0$. **Alternativa B**

43. Considere os números complexos

$z_1 = 1 + i,$

$z_2 = 1 - i,$

$z_3 = z_1 \cdot z_2,$

$z_4 = i,$

$z_5 = -i$ e

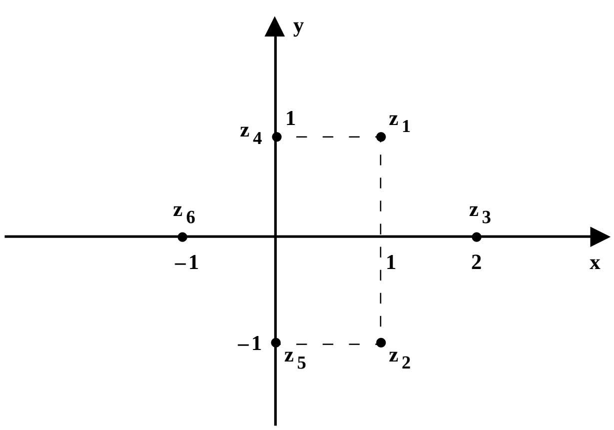
$z_6 = -z_4 \cdot z_5.$

A quantidade de triângulos que podem ser formados no plano *Argand-Gauss* com vértices sobre as imagens desses números é:

a) 6.
b) 10.
c) 15.
d) 18.
e) 20.

Resolução:

Representando no plano de *Argand-Gauss* os afixos $\mathbf{z_1}$, $\mathbf{z_2}$, $\mathbf{z_3}$, $\mathbf{z_4}$ e $\mathbf{z_5}$, temos:



Observando $\mathbf{z_1}$, $\mathbf{z_2}$, $\mathbf{z_3}$, $\mathbf{z_4}$, $\mathbf{z_5}$ e $\mathbf{z_6}$, não há três desses pontos alinhados.

Então teremos: $C_{6,3} = \dfrac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3!}$ = **20 triângulos**.

Alternativa E

44. Após o lançamento de um novo modelo de carro, uma montadora percebeu que o comportamento das vendas desse produto pode ser descrito pela função

$$x(t) = \frac{7}{5 + 2^{-10t+20}}$$

em que **t** é o tempo em anos e x(t) representa a quantidade vendida desde o momento do lançamento (t = 0), em milhões de unidades.

A função que descreve o momento do tempo em que já foram vendidas **x** milhões de unidades pode ser representada por

a) $t(x) = 2 - \dfrac{1}{10} \log_2 \left(\dfrac{7 - 5x}{x} \right).$

b) $t(x) = 1 - \dfrac{1}{20} \log_2 \left(\dfrac{7 + 5x}{x} \right)$

c) $t(x) = 2 + \dfrac{1}{10} \log_2 \left(\dfrac{7 - 5x}{x} \right)$

d) $t(x) = 1 - \dfrac{1}{20} \log_2 \left(\dfrac{5 - 7x}{x} \right)$

e) $t(x) = 2 + \dfrac{1}{10} \log_2 \left(\dfrac{5 + 7x}{x} \right)$

Resolução:

Fazendo x (t) = x, temos:

$$\frac{7}{5 + 2^{-10t + 20}} = x \quad \therefore \quad \frac{7}{x} = 5 + 2^{-10t + 20} \quad \therefore$$

$$2^{-10t + 20} = \frac{7 - 5x}{x}$$

Respeitando-se a condição de existência, temos:

$$\log_2 2^{-10t + 20} = \log_2 \frac{7 - 5x}{x}$$

$$-10t + 20 = \log_2 \frac{7 - 5x}{x}$$

$$-10t = -20 + \log_2 \frac{7 - 5x}{x}$$

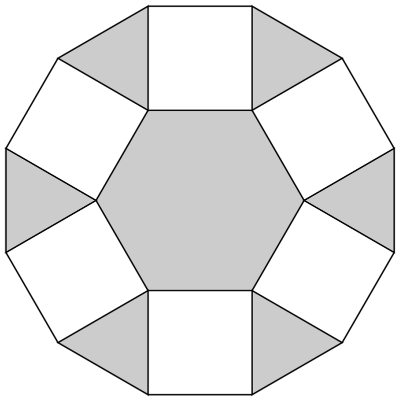
$$t = 2 - \frac{1}{10} \cdot \log_2 \frac{7 - 5x}{x}$$

Assim, a equação do tempo (em anos) em função da quantidade vendida (em milhões) é dada por:

$$t(x) = 2 - \frac{1}{10} \cdot \log_2 \left(\frac{7 - 5x}{x} \right)$$

Alternativa A

45. Os triângulos da figura abaixo são equiláteros, todos os quadriláteros apresentados são quadrados e o polígono do meio é um hexágono regular. A razão entre a soma das áreas das regiões sombreadas e a soma das áreas das regiões em branco é igual a:



a) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\sqrt{3}$

d) $2\sqrt{3}$

e) $4\sqrt{3}$

Resolução:
Todos os triângulos eqüiláteros e os quadrados assinalados no desenho, assim como o hexágono, têm lados iguais a **x**. Temos:

Área de um triângulo: $S_T = \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}$

Área de um quadrado: $S_Q = x^2$

Área do hexágono: $S_H = 6 \cdot \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4}$

Portanto:

Área sombreada$_T$: $S_S = S_H + 6 \,.\, S_T = \dfrac{6x^2\sqrt{3}}{4} + 6 \cdot \dfrac{x^2\sqrt{3}}{4} = 3x^2\sqrt{3}$

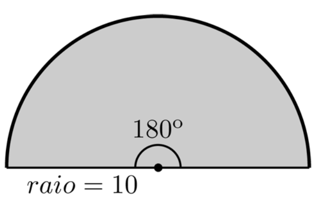
Área em branco$_T$: $S_B = 6 \,.\, x^2$

Logo, a razão entre a soma das áreas sombreadas e a soma das áreas em branco é:

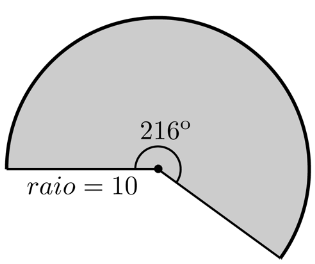
$k = \dfrac{3x^2\sqrt{3}}{6x^2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **Alternativa B**

46. A figura que melhor representa a planificação da superfície lateral de um cone reto cujo volume é igual a 96π e cujo raio da base mede 6 é:

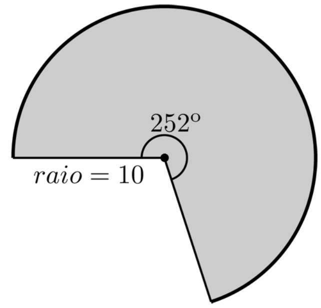
a)



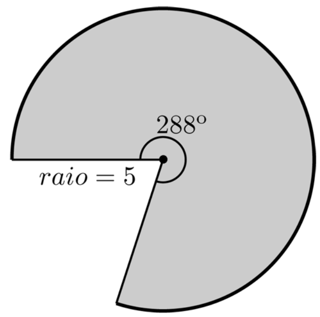
b)



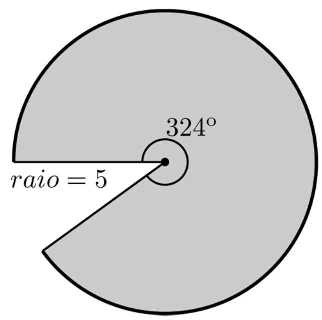
c)



d)

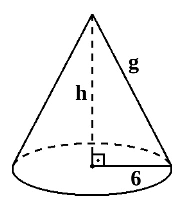


e)



Resolução:

$V_{CONE} = \dfrac{1}{3} \,.\, \pi \,.\, r^2 \,.\, h = 96\,\pi$

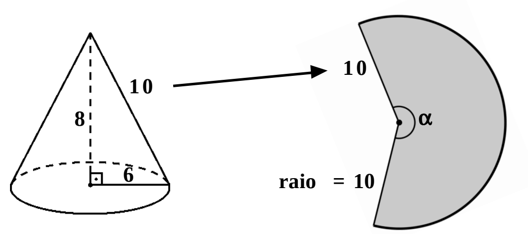


$\therefore \dfrac{\pi \,.\, 6^2 \,.\, h}{3} = 96\pi \Rightarrow$ **h = 8**

$g^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow$ **g = 10**

Área lateral do cone: $\pi \,.\, r \,.\, g = \pi \,.\, 6 \,.\, 10 \Rightarrow \mathbf{A_L = 60\pi}$

Planificação da superfície lateral do cone:



Área da superfície: $\dfrac{\alpha}{360^o} \,.\, \pi \,.\, 10^2 = \dfrac{\boldsymbol{\alpha \,.\, \pi \,.\, 100}}{\mathbf{360^o}}$

Como área lateral = área da superfície, temos:

$60 \,.\, \pi = \dfrac{\alpha \,.\, \pi \,.\, 100}{360^o} \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = 216^o}$ **Alternativa B**

47. Um edifício tem a forma de um cilindro circular reto. Há uma escada, na forma de espiral, que envolve o edifício desde o chão até a cobertura. Uma pessoa que sobe essa escada tem seu movimento no espaço tridimensional descrito pelas coordenadas a seguir:

$$x = 20\cos\left(\frac{\pi}{30}t\right),\quad y = 20\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{30}t\right) \quad \text{e} \quad z = 0{,}1t,$$

em que **t** é o número de degraus que a pessoa já subiu, sendo $t = 0$ o nível do chão. Sabendo que cada volta completa em torno do prédio por meio dessa escada equivale a subir um andar e que o prédio tem 20 andares, uma pessoa que sobe do chão à cobertura inicia na altura $z = 0$ e termina na altura:

a) $z = 120$.
b) $z = 240$.
c) $z = 600$.
d) $z = 1200$.
e) $z = 2400$.

Resolução:
A cada volta na torre, o indivíduo sobe um andar. Então:

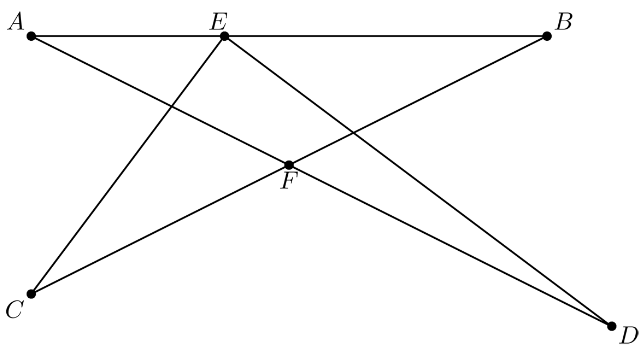
$\frac{\pi}{30}t = 2\pi \Rightarrow t = 60$ degraus/andar.

Ao subir 20 andares, temos:

$z = 0{,}1 \,.\, 20 \,.\, 60 \Rightarrow$ **$z = 120$** **Alternativa A**

48. Na figura abaixo:

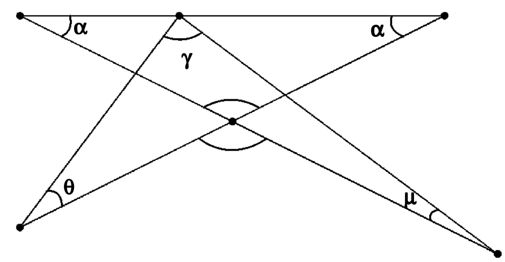
- os segmentos $\overline{\mathbf{AF}}$ e $\overline{\mathbf{BF}}$ são congruentes;
- a soma das medidas dos ângulos $\angle B\hat{C}E$, $\angle A\hat{D}E$ e $\angle C\hat{E}D$ totaliza 130º.



Nessas condições, o ângulo $\angle D\hat{A}B$ mede

a) 25º.
b) 30º.
c) 35º.
d) 40º.
e) 45º.

Resolução:



Considerando o quadrilátero côncavo ECFD, temos que:

$130º = \theta + \gamma + \mu$.

O ângulo $C\hat{F}D = A\hat{F}B = 130º$

Temos $2\alpha + 130º = 180º \Rightarrow \alpha = 25º$

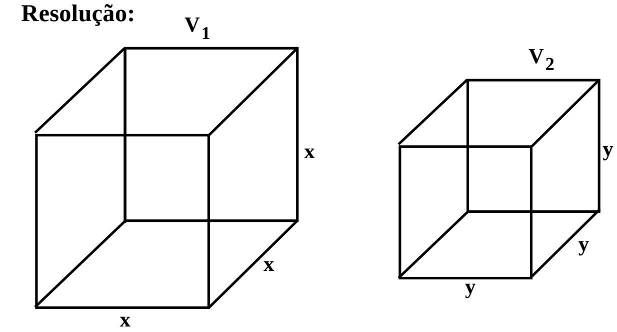
Portanto med $(D\hat{A}B)$ = **25º**

Alternativa A

49. Se $x > y > 0$, então a diferença entre os volumes de dois cubos cujas arestas medem **x** e **y** seria igual:

a) à soma dos volumes de dois parelelepípedos de altura $x - y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado **x** e a um quadrado de lado **y**.
b) à soma dos volumes de dois parelelepípedos de altura $x - y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado **x** e a um retângulo de lados **x** e **y**.
c) à soma dos volumes de dois parelelepípedos de altura $x + y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado **y** e a um retângulo de lados **x** e **y**.
d) à soma dos volumes de três parelelepípedos de altura $x - y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado **x**, a um quadrado de lado **y** e a um retângulo de lados **x** e **y**.
e) à soma dos volumes de três parelelepípedos de altura $x + y$, cujas bases correspondem a um quadrado de lado **x**, a um quadrado de lado **y** e a um retângulo de lados **x** e **y**.

Resolução:



$V_1 - V_2 = x^3 - y^3 = (x - y)\,(x^2 + xy + y^2)$

Considere as figuras $\mathbf{f_1}$, $\mathbf{f_2}$ e $\mathbf{f_3}$ abaixo:

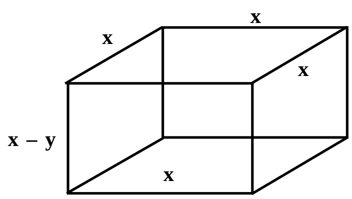


fig. 1

$V_{f_1} = (x - y)\,x^2$

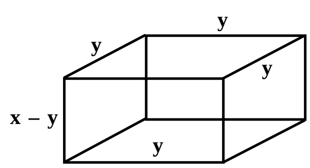


fig. 2

$V_{f_2} = (x - y)\,y^2$

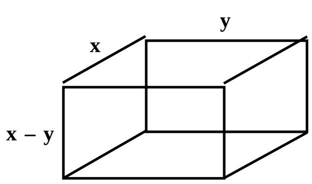


fig. 3

$V_{f_3} = (x - y)\,xy$

$V_{f_1} + V_{f_2} + V_{f_3} = (x - y)\,(x^2 + y^2 + xy)$

Alternativa D

50. Um dos mais famosos problemas da história da matemática, o "último teorema de Fermat", foi resolvido em 1995 pelo inglês Andrew Wiles. Demonstrar esse teorema representou um grande desafio aos mais brilhantes matemáticos por mais de 350 anos, apesar de seu enunciado ser relativamente simples, como mostrado a seguir:

> Se **n** é um número natural maior do que 2,
> então a equação $x^n = y^n + z^n$
> **não** apresenta soluções em que **x**, **y** e **z** sejam simultaneamente números inteiros positivos.

Já para $n = 2$, a equação $x^n = y^n + z^n$ admite soluções **nas condições do teorema**, enunciadas acima.

Uma dessas soluções é dada por:

a) $x = 1$, $y = 1$ e $z = 0$.
b) $x = 1$, $y = 0{,}6$ e $z = 0{,}8$.
c) $x = 13$, $y = 12$ e $z = 5$.
d) $x = \sqrt{5}$, $y = 1$ e $z = 2$.
e) $x = 3$, $y = 4$ e $z = 5$.

Resolução:

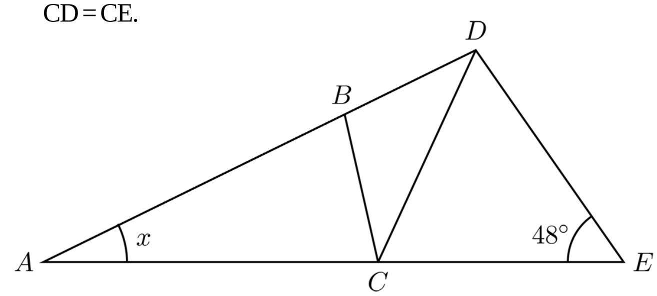
$x^n = y^n + z^n$

Substituindo $n = 2$ na equação acima, resulta: $x^2 = y^2 + z^2$

Logo, $\mathbf{13^2 = 12^2 + 5^2}$ é uma das possibilidades.

Alternativa C

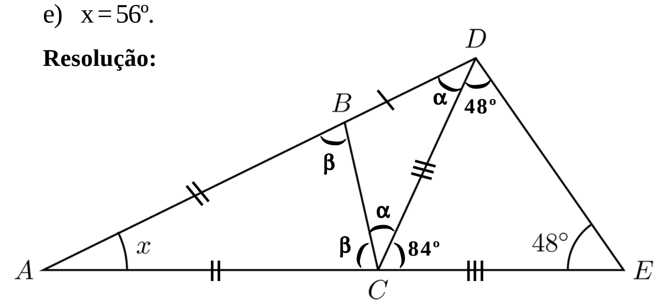
51. No triângulo ADE da figura, em que **B** e **C** são pontos dos lados $\overline{\mathbf{AD}}$ e $\overline{\mathbf{AE}}$, respectivamente, $AB = AC$, $BC = BD$ e $CD = CE$.



Então,

a) $x = 48^\circ$.
b) $x = 50^\circ$.
c) $x = 52^\circ$.
d) $x = 54^\circ$.
e) $x = 56^\circ$.

Resolução:

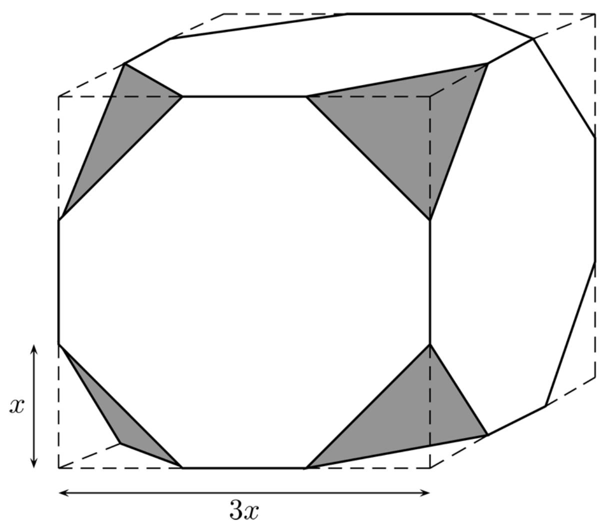


$$\left.\begin{cases} \Delta CBD:\ \beta = 2\alpha \\ \text{Ponto C: } \alpha + \beta + 84^\circ = 180^\circ \end{cases}\right\}\ \alpha = 32^\circ \text{ e } \beta = 64^\circ$$

$$\Delta ABC: \left.\begin{cases} x + 2\beta = 180^\circ \\ \beta = 64^\circ \end{cases}\right\}\ x = 52^\circ$$

Alternativa C

52. Considere um cubo com arestas medindo 3x. De cada vértice desse cubo retira-se um tetraedro cortando-se suas arestas pelos pontos que distam **x** desse vértice. Obtém-se, assim, o poliedro mostrado na figura abaixo.



O número de vértices e o número de arestas desse poliedro são, respectivamente, iguais a

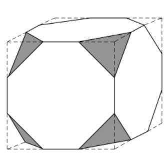
a) 36 e 48.
b) 36 e 36.
c) 36 e 24.
d) 24 e 36.
e) 24 e 24.

Resolução:

No cubo original temos 8 vértices. Com o corte em cada vértice, cada vértice dá lugar a 3. Portanto, o número de vértices do poliedro é $3 \cdot 8 = 24$.

Novamente, no cubo original temos 6 faces. Com o corte em cada vértice, aparece uma nova face em cada vértice. Portanto, o número de faces desse poliedro é $6 + 8 = 14$.

Finalmente, contando as arestas, temos:



$$\left.\begin{array}{l} –\ \ 16 \text{ acima} \\ –\ \ 4 \text{ no meio} \\ –\ \ 16 \text{ abaixo} \end{array}\right\} 36 \text{ arestas}$$

Alternativa D

53. Dados dois números reais positivos **a** e **b**, sejam

$A(a, b) = \dfrac{a + b}{2}$ e $G(a, b) = \sqrt{ab}$ suas médias aritmética e geométrica, respectivamente.

Nessas condições, sendo **x** um número real tal que

$A(\text{sen}(x), \cos(x)) = G(\text{sen}(x), \cos(x))$ e $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$,

podemos concluir que

a) $x = \dfrac{\pi}{8}$.

b) $x = \dfrac{\pi}{6}$.

c) $x = \dfrac{\pi}{5}$.

d) $x = \dfrac{\pi}{4}$.

e) $x = \dfrac{\pi}{3}$.

Resolução:

Temos que $A = G$, então:

$$\frac{\text{sen } x + \cos x}{2} = \sqrt{\text{sen } x \cdot \cos x}$$

$$(\text{sen } x + \cos x)^2 = \left(2 \cdot \sqrt{\text{sen } x \cdot \cos x}\right)^2$$

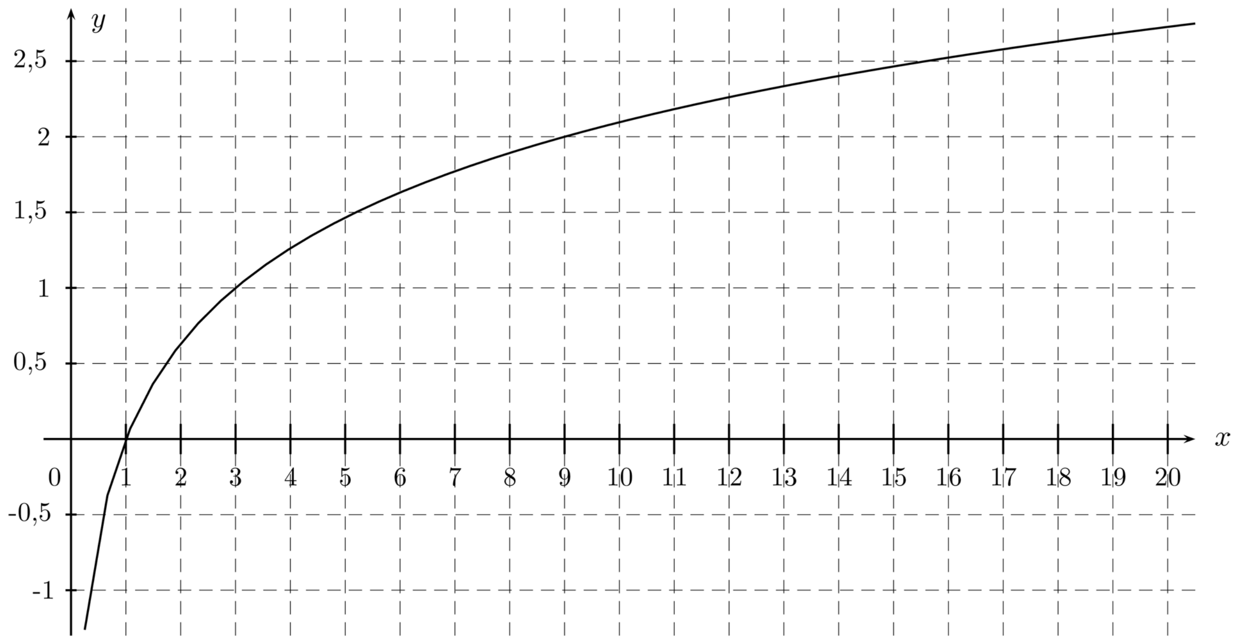
$$\text{sen}^2 x + 2 \text{ sen } x \cdot \cos x + \cos^2 x = 4 \cdot \text{sen } x \cdot \cos x$$

$$\text{sen}^2 x - 2 \cdot \text{sen } x \cdot \cos x + \cos^2 x = 0$$

$$(\text{sen } x - \cos x)^2 = 0 \Rightarrow \text{sen } x = \cos x \Rightarrow \boldsymbol{x = \frac{\pi}{4}}$$

Alternativa D

54. Na figura abaixo, está representada, fora de escala, uma parte do gráfico da função $y = \log_3 x$.



A partir do gráfico, pode-se concluir que a solução da equação $9^x = 15$ vale, aproximadamente,

a) 2, 50.
b) 1, 65.
c) 1, 45.
d) 1, 25.
e) 1, 10.

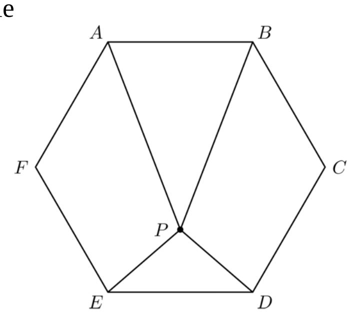
Resolução:

Temos que $x = \log_9 15 = \log_{3^2} 15 = \frac{1}{2} \cdot \log_3 15$.

Do gráfico, $\log_3 15$ vale aproximadamente 2,5.

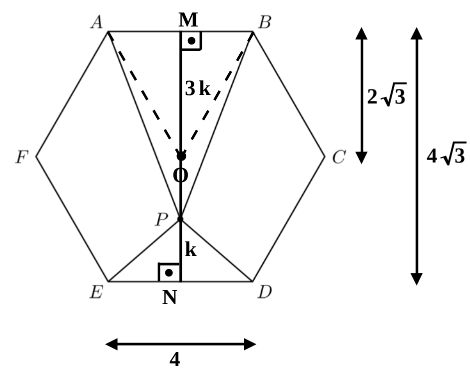
Logo: $x = \frac{1}{2} \cdot \log_3 15 \cong \mathbf{1{,}25}$ **Alternativa D**

55. Na figura abaixo, ABCDEF é um hexágono regular de lado 4 cm, PA = PB e PD = PE. Se a área do triângulo ABP é o triplo da área do triângulo PDE, então a distância entre os pontos **P** e **E**, em cm, vale



a) $\sqrt{7}$.
b) $\sqrt{6}$.
c) $\sqrt{5}$.
d) $\sqrt{3}$.
e) $\sqrt{2}$.

Resolução:



O Δ ABO é equilátero de lado 4 cm, então $\overline{MO}$ é altura, isto é:

$MO = 4\frac{\sqrt{3}}{2} \therefore MO = 2\sqrt{3}$ cm, logo $MN = 4\sqrt{3}$.

Como a área do Δ ABP é o triplo da área do Δ PDE e as bases medem 4 cm, então MP = 3 PN.

$k + 3k = 4\sqrt{3} \therefore k = \sqrt{3} \therefore PN = \sqrt{3}$ cm

Aplicando o teorema de Pitágoras no ΔPDE, temos que:

$PE^2 = PN^2 + NE^2 \therefore PE^2 = (\sqrt{3})^2 + 2^2 \therefore$ **PE =** $\mathbf{\sqrt{7}}$ **cm**

Alternativa A

56. Um polinômio P(x) é divisível pelos polinômios $(x^2 - 5x + 6)$ e $(x^2 - 7x + 12)$. Sobre esse polinômio, são feitas três afirmações:

I. O grau de P(x) é igual a 4.
II. O grau de P(x) pode ser igual a 3.
III. O resto da divisão de P(x) por $(x^2 - 6x + 8)$ é igual a 0.

É(São) verdadeira(s), necessariamente, apenas a(s) afirmação(ões)

a) I. b) II. c) III. d) I e III. e) II e III.

Resolução:
Se P(x) é divisível por $x^2 - 5x + 6$, então $(x - 2)$ e $(x - 3)$ são fatores de P(x). Analogamente, $(x - 3)$ e $(x - 4)$ são fatores de P(x).
Com esses dados, podemos concluir que:
II. O grau de P(x) pode ser igual a 3.
III. O resto de P(x) por $(x^2 - 6x + 8)$ é igual a 0, pois $x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$.

Alternativa E

Utilize as informações a seguir para responder aos testes **57** e **58**.

A partir de duas sentenças **p** e **q**, pode-se construir uma nova sentença unindo-se as duas anteriores por meio de um conectivo lógico. Na tabela abaixo, são descritos dois desses conectivos.

Conectivo	Sentença	Leitura	Significado
condicional ($\rightarrow$)	$p \rightarrow q$	Se **p**, então **q**.	A sentença $p \rightarrow q$ só é falsa se **p** for verdadeira e **q** for falsa. Nos demais casos, $p \rightarrow q$ é verdadeira
bicondicional ($\leftrightarrow$)	$p \leftrightarrow q$	**p** se, e somente se, **q** .	A sentença $p \leftrightarrow q$ só é verdadeira quando **p** e **q** são ambas verdadeiras ou **p** e **q** são ambas falsas. Nos demais casos, $p \leftrightarrow q$ é falsa.

57. Sejam **a** e **b** números inteiros que safisfazem, respectivamente, às equações

$(2^x - 16) . (3^x - 9) = 0$ e $x^2 - 6x + 5 = 0$.

Então, a única sentença necessariamente **falsa** é

a) (**a** é par) $\rightarrow$ (**b** é ímpar).
b) (**a** é ímpar) $\rightarrow$ (**b** é par).
c) (**a** é ímpar) $\rightarrow$ (**b** é ímpar).
d) (**a** é par) $\leftrightarrow$ (**b** é ímpar).
e) (**a** é ímpar) $\leftrightarrow$ (**b** é ímpar)

Resolução:
De acordo com as equações apresentadas, temos que:
a = 2 ou a = 4 e b = 1 ou b = 5

Assim, temos como verdadeiras as sentenças "**a** é par" e "**b** é ímpar". Conforme a sugestão do enunciado, devemos procurar pela sentença falsa, ou seja, aquela em que figure alguma das seguintes associações: $V \rightarrow F$ ou $F \leftrightarrow V$ ou $V \leftrightarrow F$.
Analisando a veracidade de cada alternativa, temos:

a) $V \rightarrow V$ (verdadeiro)
b) $F \rightarrow F$ (não-inferível)
c) $F \rightarrow V$ (não-inferível)
d) $V \leftrightarrow V$ (verdadeiro)
e) $F \leftrightarrow V$ (falso)

Alternativa E

58. Considere as duas sentenças abaixo.
(1) Se o filme já começou, então o telefone está desligado.
(2) O telefone está desligado se, e somente se, o cidadão é educado.

Sabendo que a sentença **(1)** é falsa e a sentença **(2)** é verdadeira, é correto concluir que:

a) o filme já começou, o telefone não está desligado e o cidadão é educado.
b) o filme já começou, o telefone está desligado e o cidadão é educado.
c) o filme já começou, o telefone não está desligado e o cidadão não é educado.
d) o filme não começou, o telefone está desligado e o cidadão é educado.
e) o filme não começou, o telefone não está desligado e o cidadão não é educado.

Resolução: Se a sentença (1) é sabidamente **falsa**, temos que a condição (o filme já começou) é **verdadeira** e a implicação (o telefone está desligado) é **falsa**. De acordo com a segunda sentença, sabidamente **verdadeira**, se o telefone não está desligado (o que é fato), então o cidadão não é educado.
Assim, temos que o (a) o filme já começou, (b) o telefone não está desligado e (c) o cidadão não é educado.

Alternativa C

59. Todos os candidatos inscritos num vestibular escolheram na ficha de inscrição que preencheram uma única entre as três seguintes situações prévias (em relação ao ano anterior): freqüentou um cursinho, acabou de sair do ensino médio ou estudou sozinho. Por um erro no processamento dos dados, foi gerado um relatório sobre essas respostas apenas com as seguintes informações:

- 800 não fizeram cursinho,
- 1200 não acabaram de sair do ensino médio,
- 1500 não ficaram estudando sozinhos durante o último ano.

Com isso, conclui-se que o número total de inscritos foi igual a

a) 1250.
b) 1750.
c) 2500.
d) 3500.
e) 4750.

Resolução:
Vamos indicar o tamanho de cada conjunto por incógnitas:

X alunos fizeram cursinho,
Y são recém-saídos do ensino médio, e
Z estudaram sozinhos.

Assim, temos as estatísticas a seguir:
$Y + Z = 800$
$X + Z = 1200$
$X + Y = 1500$

Somando as três equações, temos: $2X + 2Y + 2Z = 3500$, de onde $X + Y + Z = 1750$.

Alternativa B

60. As três testemunhas de um crime (T_1, T_2, T_3) não quiseram delatar diretamente o criminoso. Por outro lado, o infrator é uma das seis pessoas que foram encontradas na cena do crime. A polícia propôs então o seguinte jogo de reconhecimento para as três testemunhas:

- Todas as combinações de 4 nomes, escolhidos entre os 6 nomes dos supeitos, serão escritas em diferentes cartões.
- A testemunha $\mathbf{T_1}$ seleciona um cartão que contenha o nome do criminoso, em seguida a testemunha $\mathbf{T_2}$ seleciona outro cartão que também contenha o nome do criminoso, depois a testemunha $\mathbf{T_3}$ faz o mesmo, depois a testemunha $\mathbf{T_1}$ volta a escolher e assim por diante, até que o investigador consiga, por eliminação, descobrir o criminoso.

O criminoso pode ser revelado no menor número de passos possível (**p** passos) ou no maior número de passos possível (**q** passos). Nessas duas possibilidades, o passo **p** e o passo **q** corresponderiam, respectivamente, à escolha

a) da testemunha T_1 e da testemunha T_2.
b) da testemunha T_1 e da testemunha T_3.
c) da testemunha T_3 e da testemunha T_1.
d) da testemunha T_3 e da testemunha T_2.
e) da testemunha T_2 e da testemunha T_1.

Resolução:

Vamos indicar, nos cartões a seguir, os nomes dos suspeitos por $\mathbf{S_1}$, $\mathbf{S_2}$, $\mathbf{S_3}$, $\mathbf{S_4}$, $\mathbf{S_5}$ e $\mathbf{S_6}$. Um asterisco indica os nomes sobre os quais paira dúvida sobre a natureza do suspeito (isto é, se ele pode ser o autor do crime ou não).

Na situação em que acontece o menor número de passos, podemos ter a simulação:

T_1	T_2	T_3
S_1 *	S_1 *	S_1 *
S_2 *	S_2 *	S_3 *
S_3 *	S_5	S_4
S_4 *	S_6	S_5
S_5 não é criminoso S_6 não é criminoso	S_3 não é criminoso S_4 não é criminoso	S_2 não é criminoso

Logo, temos, no terceiro passo (que incide em $\mathbf{T_3}$), que o criminoso é $\mathbf{S_1}$.

No segundo caso, em que se pretende maximizar o número de passos que leva à certeza, podemos ter uma outra simulação:

T_1	T_2	T_3
S_1 *	S_1 *	S_1 *
S_2 *	S_2 *	S_2 *
S_3 *	S_3 *	S_3 *
S_4 *	S_5	S_6
S_5 não é criminoso S_6 não é criminoso	S_4 não é criminoso	Confirma que S_4 não é criminoso

T_1	T_2	T_3	T_4
S_1 *	S_1 *	S_1 *	S_1 *
S_2 *	S_2 *	S_2 *	S_3
S_4	S_4	S_5	S_4
S_5	S_6	S_6	S_5
S_3 não é criminoso	Confirma que S_3 não é criminoso		S_2 não é criminoso

Logo, temos, no sétimo passo (que incide em $\mathbf{T_1}$), que o criminoso é $\mathbf{S_1}$.

Alternativa C

COMENTÁRIO DA PROVA DE MATEMÁTICA

Mais uma vez, consideramos que a prova de Matemática foi de excelente nível, tendo em vista a abrangência dos assuntos cobertos (em apenas 20 questões) e a possibilidade do candidato resolvê-las por meio de abordagem conceitual, e não por cálculos.

Além disso, como já é tradicional nesse vestibular, pressupunha-se que o candidato dominasse a linguagem matemática a fundo, pois a interpretação e a compreensão dos procedimentos exigidos pelas questões poderiam conduzi-lo às resoluções mais rápidas e objetivas.

Elogiamos essa orientação da Banca Examinadora, na medida em que favorece o candidato mais focado na linguagem e na modelagem matemática e seus usos, em detrimento daquele que busca fórmulas prontas e repetição de procedimentos.

Em suma, acreditamos que o candidato com domínio sólido de conceitos, por ser mais apto a transitar pelos conteúdos — mais que meramente decorá-los — foi agraciado com uma prova adequada a esses fins.