FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

EESP

Escola de Economia de São Paulo

Assinatura do Candidato

003. CADERNO 1 | PROVAS DA 2ª FASE

MATEMÁTICA

PROCESSO SELETIVO

1º SEMESTRE DE 2016

- Você recebeu este caderno contendo 4 questões discursivas.
- Confira seus dados impressos na capa deste caderno.
- Quando for permitido abrir o caderno, verifique se está completo ou se apresenta imperfeições. Caso haja algum problema, informe ao fiscal da sala.
- Assine apenas no local indicado na capa; qualquer identificação ou marca feita pelo candidato no corpo deste caderno, que possa permitir sua identificação, acarretará a atribuição de nota zero à prova.
- Redija as respostas com caneta de tinta azul ou a lápis. Os rascunhos não serão considerados na correção. A ilegibilidade da letra acarretará prejuízo à nota do candidato.
- A duração da prova é de 2 horas, já incluído o tempo para a transcrição das respostas definitivas.
- Só será permitida a saída definitiva da sala e do prédio após transcorridos 30 minutos do início da prova.
- Deverão permanecer em cada uma das salas de prova os 3 últimos candidatos, até que o último deles entregue sua prova, assinando termo respectivo.
- Ao sair, você entregará ao fiscal este caderno.
- Até que você saia do prédio, todas as proibições e orientações continuam válidas.

AGUARDE A ORDEM DO FISCAL PARA ABRIR ESTE CADERNO DE QUESTÕES.

PROCESSO SELETIVO | 1º SEMESTRE DE 2016

003. CADERNO 1 | PROVAS DA 2ª FASE

MATEMÁTICA

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

EESP

Escola de Economia de São Paulo

FUNDAÇÃO vunesp

13.12.2015 | 8h

NÃO ESCREVA NESTE ESPAÇO

FUNDAÇÃO GETULIO VARGAS

EESP

Escola de Economia de São Paulo

PARA USO DA VUNESP	
Questão	Nota
1	
2	
3	
4	

PROCESSO SELETIVO | 1º SEMESTRE DE 2016

003. CADERNO 1 | PROVAS DA 2ª FASE

MATEMÁTICA

NÃO ESCREVA NESTA PÁGINA

QUESTÃO 01

Mauro iniciou um programa de perda de peso quando estava pesando 90 kg. A programação previa a perda de 1,6 kg na primeira semana, 1,5 kg na segunda, 1,4 kg na terceira, 1,3 kg na quarta, e assim sucessivamente até que a perda semanal de peso se estabilizasse em 0 kg, ocasião em que ele iniciaria o controle de manutenção do peso atingido. Sabe-se que o programa realizado por Mauro foi plenamente cumprido.

a) Considere o período que vai do início do regime até o final da última semana em que Mauro perdeu algum peso e calcule a média mensal de perda de peso desse período. Para isso, admita meses com 4 semanas.

b) Sendo P o peso de Mauro em quilogramas e n o número de semanas completas decorridas a partir do instante em que Mauro iniciou o programa de perda de peso, determine P em função de n, com n inteiro positivo.

Em hipótese alguma será considerado o texto escrito neste espaço.

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

nota a)

nota b)

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

QUESTÃO 02

Um cubo possui aresta de medida 1 metro. Três vértices desse cubo são sorteados ao acaso para que, com eles, seja formado um triângulo.

a) Calcule a probabilidade de que o triângulo formado seja retângulo.

b) Admita que o triângulo formado após o sorteio tenha sido escaleno de vértices A, B e C, com $\overline{AB}$ sendo o menor dos seus lados. Calcule a área do triângulo ABC e, em seguida, calcule a medida dos segmentos determinados sobre $\overline{AB}$ quando esse lado do triângulo é intersectado pela bissetriz do ângulo oposto a ele.

Vocabulário

Triângulo escaleno: triângulo com três lados de medidas diferentes.

Bissetriz de um ângulo: semirreta que divide o ângulo ao meio.

Em hipótese alguma será considerado o texto escrito neste espaço.

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

nota a)

nota b)

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

QUESTÃO 03

A tabela mostra a série de um indicador econômico de um país, em bilhões de US$, nos 12 meses de 2013.

Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
21	24	20	23	22	22	18	17	16	17	16	18

a) Calcule a média, a(s) moda(s), a mediana e a maior taxa mensal de crescimento (em porcentagem) dessa série.

b) Sabe-se que, em janeiro de 2014, esse indicador econômico atingiu um valor positivo para o qual a nova série (de janeiro de 2013 até janeiro de 2014) passou a ter mediana de 18 bilhões de US$, e um número inteiro de bilhões de US$ como média mensal. Calcule o desvio médio (DM) dessa nova série.

Dado:

Desvio Médio $= \dfrac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \overline{x}|}{n}$, sendo $\overline{x}$ a média aritmética.

Em hipótese alguma será considerado o texto escrito neste espaço.

RASCUNHO

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

nota a)

nota b)

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

QUESTÃO 04

A lei de Benford, também chamada de “lei do primeiro dígito”, sugere que, em vários conjuntos de dados numéricos, a ocorrência dos algarismos de 1 a 9 no início dos números (da esquerda para a direita em cada número) do conjunto de dados não é igualmente provável. A lei se verifica em diversos conjuntos de dados reais como, por exemplo, o conjunto das populações dos diversos municípios de um país, o conjunto dos dados numéricos contidos nas contas de energia elétrica da população de um município, o conjunto dos comprimentos dos rios de um país etc.

Quando a lei de Benford se aplica aos dados analisados, a probabilidade P(n) de que o algarismo n seja o primeiro algarismo em um dado numérico qualquer do conjunto de dados será $P(n) = \log\left(\frac{n+1}{n}\right)$.

Por exemplo, se a lei se aplica, a probabilidade de que o algarismo 1 (n=1) seja o primeiro (da esquerda para a direita) em um número sorteado ao acaso do conjunto de dados é igual a $\log 2$, ou seja, aproximadamente 30%, já que $\log 2 \approx 0{,}30$.

Admita que os dados numéricos indicados na tabela 1 tenham sido retirados da declaração de imposto de renda de um contribuinte. Também admita que a Receita Federal tenha a expectativa de que tais dados obedeçam, ainda que aproximadamente, à lei de Benford.

Tabela 1

1 526	2 341	5 122	242	1 444	788	4 029	333	426	1 981
2 589	503	1 276	5 477	229	579	1 987	719	1 236	2 817
456	886	1 424	470	113	342	345	433	192	343

a) Complete a tabela na página de resolução e resposta, registrando a frequência do primeiro dígito (da esquerda para a direita) dos dados da tabela 1 para os casos em que $n = 2$, $n = 3$ e $n = 4$. Registre também a frequência relativa desses algarismos (ver exemplo para o caso em que $n = 1$).

n	1	2	3	4
Frequência de n	9			
Frequência relativa de n	$\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$			

b) Admita que uma declaração de imposto de renda vai para a “malha fina” (análise mais detalhada da Receita Federal) se a diferença, em módulo, entre a frequência relativa do primeiro dígito, em porcentagem, e a probabilidade dada pelo modelo da lei de Benford, também em porcentagem, seja maior do que quatro pontos percentuais para algum n. Argumente, com dados numéricos, se a declaração analisada na tabela 1 deverá ou não ir para a “malha fina”.

Adote nos cálculos $\log 2 = 0{,}30$ e $\log 3 = 0{,}48$.

RESOLUÇÃO E RESPOSTA

nota a)

n	1	2	3	4
Frequência de n	9			
Frequência relativa de n	$\frac{9}{30} = \frac{3}{10}$			

nota b)

NÃO ASSINE ESTA FOLHA

FUNDAÇÃO
vunesp